

Badanie siły elektromotorycznej Faradaya

Wprowadzenie

Zasady działania urządzeń elektrycznych stanowią ciekawą część fizyki. Wszyscy znamy z otoczenia silniki elektryczne i prądnice. Jednak zasada ich działania wydaje się trudna do zrozumienia. Przyglądając się bliżej okazuje się, że działanie takich urządzeń nie jest trudne i wykorzystują one jedynie najprostsze prawa fizyki. W tym doświadczeniu prawa te zostaną zobrazowane na prostych i zrozumiałych przykładach.

Efekt siły elektromotorycznej Faradaya jest zjawiskiem indukowania siły elektromotorycznej w pętli przewodnika, znajdującej się w zmiennym polu magnetycznym. Dokładny wzór to:

$$\varepsilon = -d\Phi/dt \quad (11.1)$$

gdzie ε jest siłą elektromotoryczną, a Φ jest strumieniem indukcji magnetycznej, zdefiniowanym za pomocą równania

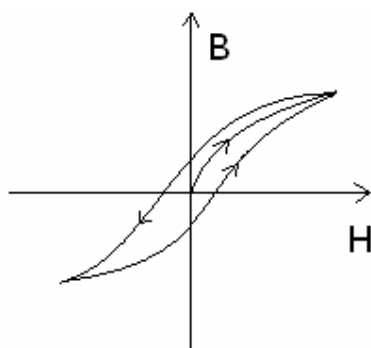
$$\Phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (11.2)$$

gdzie B jest indukcją pola magnetycznego, a ds jest elementem powierzchni. Całkowanie ma miejsce po zamkniętej powierzchni (którą w doświadczeniu stanowi powierzchnia objęta uzwojeniem cewki) przez którą przenika pole magnetyczne. Proszę zwrócić uwagę, że B i ds są wektorami a mnożenie to iloczyn skalarny. Proszę też zauważyć, że element powierzchni ds jest określony za pomocą wektora normalnego, tj. wektora prostopadłego do powierzchni o wielkości równej polu tej powierzchni.

Można zauważyć, że wartość siły elektromotorycznej zależy od szybkości zmian strumienia: gdy są one duże, siła elektromotoryczna jest duża. Jak zapewnić duże zmiany strumienia magnetycznego? Jednym ze sposobów jest szybkie jego zmienianie, a drugim jest powiększenie strumienia indukcji. Jak można go powiększyć? Można to łatwo zrobić zwiększając powierzchnię przez którą przenika pole magnetyczne (można tego dokonać zwiększając liczbę zwojów lub przekrój poprzeczny cewki).

Następnym problemem jest to, jak wywoływać zmiany strumienia magnetycznego by uzyskać siłę elektromotoryczną. Można włączać i wyłączać elektromagnes, lecz jest to słaby pomysł gdyż nie da się w ten sposób generować nowej energii elektrycznej. Lecz zastanówmy się chwilę, jakie mnożenie występuje pomiędzy B i ds w definicji strumienia. Iloczyn skalarny? Czyż nie jest on czuły na kąt między wektorami? Oczywiście. Ten pomysł jest wykorzystywany we wszystkich typowych generatorach prądu, również w dynamach rowerowych. Wystarczy obracać płaszczyznę przez którą przenika pole w obrębie pola magnetycznego i w ten sposób uzyskamy zmienną wielkość strumienia.

Poza tym co powiedziano do tej pory, jest jeszcze jeden sposób na powiększenie strumienia magnetycznego przenikającego przez uzwojenie. Można w uzwojenie włożyć rdzeń ferromagnetyczny i w ten sposób powiększyć pole magnetyczne w obrębie uzwojenia. Powiększenie pola wynika z ułożenia się zgodnie z liniami pola domen magnetycznych wewnątrz rdzenia (małych magnesików).



Rys.1. Magnetyzacja B materiału ferromagnetycznego w zewnętrznym polu magnetycznym H .

Wzór na siłę elektromotoryczną Faradaya można łatwo wyprowadzić z równań Maxwella, wykorzystując twierdzenie Stokesa:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Big| \iint_{(S)} d\vec{s} \quad (11.3)$$

Po całkowaniu, wykorzystujemy twierdzenie Stokesa do zamiany całki powierzchniowej z rotacji na całkę konturową z pola. Jednocześnie, prawa strona równania również jest całkowana, dając z definicji strumień pola magnetycznego

$$\iint_{(S)} \text{rot}\vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (11.4)$$

$$\oint_{\substack{\cap \\ AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (11.5)$$

Teraz należy zauważyć, że pole elektryczne jest miarą spadku potencjału na zadanej odległości i jest wyrażane w woltach na metr (w ogólności, trójwymiarowe pole elektryczne wiąże się z potencjałem elektrycznym φ poprzez relację $\vec{E} = -grad\varphi$). Tak więc jeśli scałkujemy spadek potencjału na całej długości przewodnika, uzyskamy różnicę potencjałów na jego końcach:

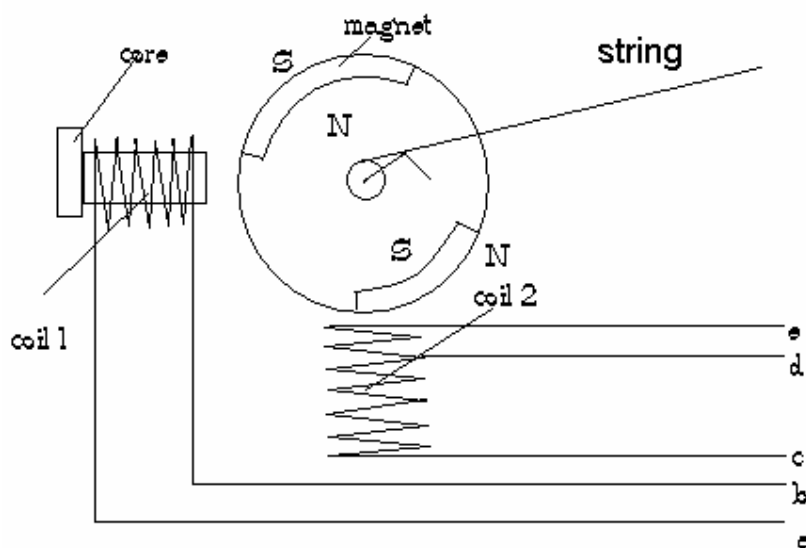
$$\oint_{\substack{\cap \\ AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_B - \varphi_A = \varepsilon \quad (11.6)$$

Podstawiając do równania 11.5, uzyskamy:

$$\varepsilon = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (11.7)$$

2. Pomiary

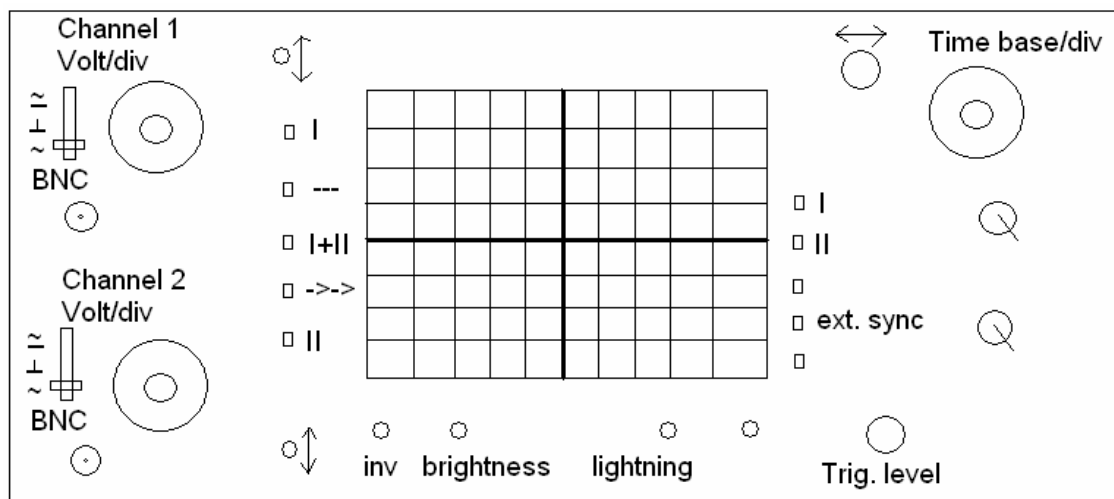
Stanowisko pomiarowe dla tego ćwiczenia jest pokazana niżej (Rys. 2). Składa się z obracającego się magnesu i dwóch cewek. Obracający się magnes jest źródłem indukcji magnetycznej, która przenikając przez uzwojenia generuje strumień magnetyczny. Podczas obracania magnesu, strumień przenikający przez cewki zmienia się zgodnie z iloczynem skalarnym definicji strumienia. Układ pomiarowy umożliwia pomiary wpływu rdzenia ferromagnetycznego cewki i pomiary wpływu ilości zwojów na generowaną siłę elektromotoryczną.



Rys. 2. Układ pomiarowy.

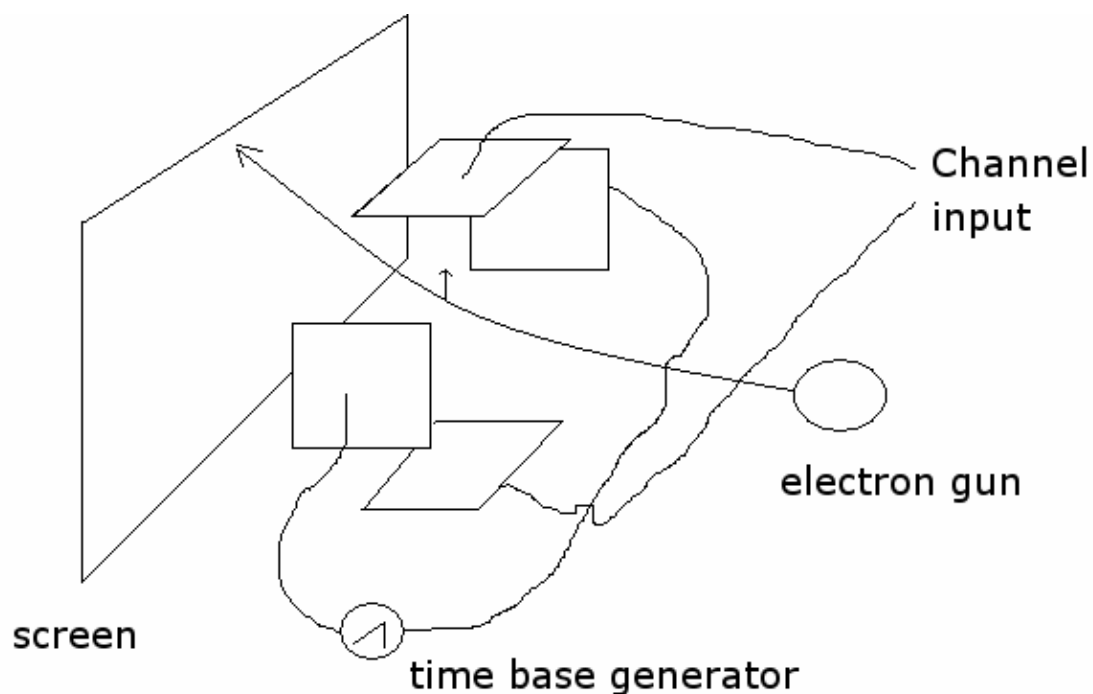
Wpływ rdzenia ferromagnetycznego mierzony jest na zatrzaskach a,b: podłączamy do nich oscyloskop. Następnie, obracamy magnes i obserwujemy indukowanie się siły elektromotorycznej na ekranie oscyloskopu. Możemy wkładać i wyjmować rdzeń i obserwować jak zmieniają się przez to przebiegi.

Aby zaobserwować wpływ różnej ilości zwojów na siłę elektromotoryczną, używamy zatrzasków cd, de i ce. Zatrzaski te połączone są z drugą cewką i obejmują albo całą cewkę (ce) lub jej fragment (zatrzaski cd, de).



Rys. 3. Oscyloskop.

Jak wspomniano wyżej, pomiary wykonywane są na oscyloskopie. Jego rysunek przedstawiono na Rys. 3. Oscyloskop jest urządzeniem, które wyświetla przebiegi badanego napięcia względem czasu. Jego działanie opiera się na zasadzie działania elektronowego, podobnie jak telewizor. Działo elektronowe emituje elektrony w kierunku ekranu, gdzie uderzając w luminofor elektron powoduje świecenie. Po drodze, elektrony te zakrzywiane są za pomocą pionowego i poziomego pola elektrycznego. Pole pionowe pochodzi od badanego napięcia, natomiast pole poziome pochodzi od układu podstawy czasu i ma przebieg piłokształtny, umożliwiając cykliczne przemiatacie ekranu od lewej do prawej (zobacz rys. 3a).



Rys. 3a. Zasada działania oscyloskopu.

Podstawowymi kontrolkami oscyloskopu są:

1. **Volt/div**: pokrętło do ustalania skali wyświetlanych krzywych. W pionie każda działka będzie oznaczała amplitudę o wielkości *Volt/div* woltów.
2. **Time base/div**: to pokrętło ustawia szybkość odświeżania ekranu (Szybkość przemieszczania go podczas rysowania wykresów). Każda działka pozioma będzie odtąd oznaczała odcinek czasu *Time base/div* sekund. (Uwaga! Chodzi o pojedynczą działkę, nie o cały ekran, składający się z 10 działek).

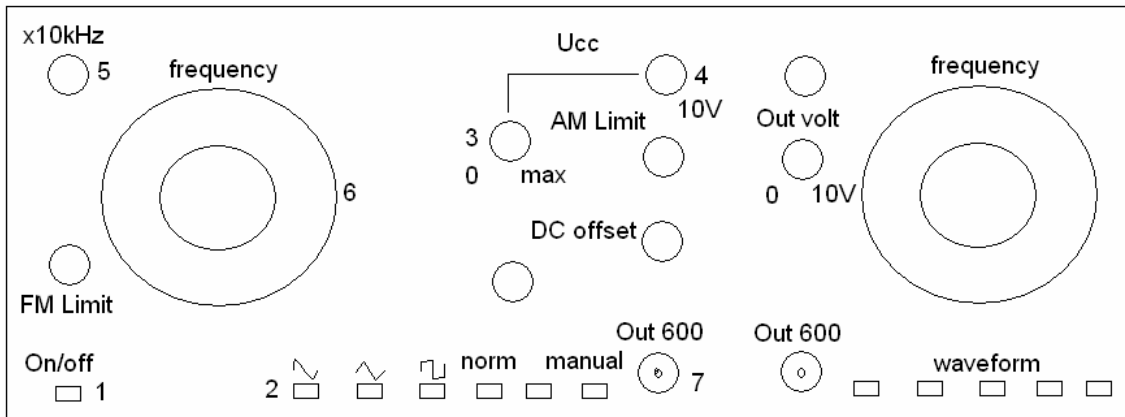
Powyższe kontrolki składają się z dużego pokrętła oraz mniejszego, zlokalizowanego na tym dużym. Mniejsze pokrętła umożliwiają dalsze skalowanie napięcia/czasu, lecz jeśli z nich skorzystamy, to fizyczne wartości działek stają się nieokreślone (nie możemy odczytać wartości rozciągniętego napięcia lub czasu z wykresu, a jedynie ich kształt), Wyłączyć to rozszerzenie można skręcając te pokrętła w prawo do maksimum.

Sygnaly wejściowe podłączane są za pomocą kabli BNC. Powyżej wejścia BNC w oscyloskopie można określić czy mierzymy napięcie stałe czy zmienne. Ustawiamy domyślnie zmienne (~).

Z lewej strony wyświetlacza, znajduje się pięć przycisków, sterujących wyświetlaniem. Możemy wybrać `I` by wyświetlać dane z kanału 1, `II` by wyświetlać dane z kanału 2, `I+II` by wyświetlać sumę napięć z obu kanałów, `---` by przeplatać wykres z jednego kanału wykresem kanału drugiego (obie krzywe naraz obecne na ekranie) i ostatecznie `->->` by wyświetlać w jednym cyklu wykres z kanału 1, a w kolejnym cyklu z kanału 2. Jeśli szybkość odświeżania jest wystarczająco wysoka, znów można naraz obserwować dwa wykresy.

Po prawej stronie ekranu są kontrolki do regulowania wyzwalania synchronizacji oscyloskopu. Oglądając wykres, chcielibyśmy by krzywa była zawsze rysowana począwszy od jednego punktu startowego przy kolejnych cyklach odświeżania. W przeciwnym wypadku, ekran byłby zaśmiecony wieloma falami z różnych punktów startowych, zachodzącymi na siebie wzajemnie, np. jedną zaczynającą się od $\pi/2$, inną od $\pi/2.2$, $\pi/3$, itd. Jest to sterowane za pomocą wyzwalania. Za każdym razem, gdy oscyloskop wykryje progowe napięcie i odpowiedni kierunek zbocza, włączana jest podstawa czasu i ekran jest odświeżany. Amplituda wyzwalania sterowana jest pokrętkiem **Trig level**. Przyciski `I` i `II` oznaczają wewnętrzne wyzwalanie oparte o dane z kanału 1 lub 2. Pozostałe przyciski służą do synchronizacji zewnętrznej, którą nie będziemy się zajmować.

Pozostałe kontrolki umożliwiają obsługę ekranu. `↔` przesuwa wykres w kierunku poziomym, `↑↓` przesuwa poszczególne kanały w pionie. Przyciski pod wyświetlaczem sterują jasnością, ostrością, odwróceniem znaku w kanale drugim. Pod wyświetlaczem znajduje się też przycisk włączający oscyloskop (oznaczony po rosyjsku `ПИТАНИЕ`).

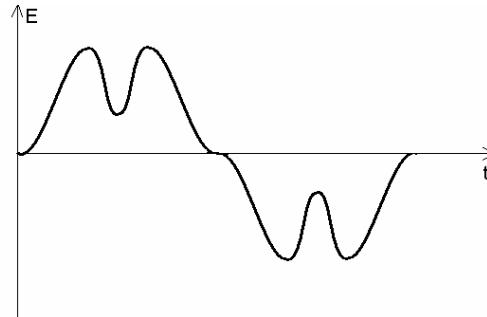


Rys. 4. Używany generator.

By zrozumieć ogólne zasady działania oscyloskopu, podłącz go do generatora (Rys. 4). Generator należy włączyć za pomocą przełącznika (1), wybrać rodzaj fali (guzik w rzędzie (2)), ustawić napięcie wyjściowe na maksimum (3) i ustalić jego amplitudę pokrętką (4) na 10V. Offset DC (składowa stała, Directed Current) nie jest istotny, my badamy tylko składową zmienną przebiegu. Następnie ustalamy zakres częstotliwości fali (5) i wartość częstotliwości (6). Po wykonaniu tego, za pomocą kabla BNC-BNC łączymy oscyloskop z generatorem (wyjście (7) – Out 600, o wewnętrznej oporności 600 Ω). Teraz manipulując pokrętkami Volts/div i Time base, próbujemy „złapać” wykres na ekranie oscyloskopu. Gdy to się uda, możemy próbować zmieniać częstotliwość i amplitudę generowanej fali aby przekonać się jak reaguje na takie zmiany oscyloskop.

Poznawszy obsługę oscyloskopu i generatora, można rozpocząć ćwiczenie. Odłącz oscyloskop od generatora. Weź kabel BNC z krokodylkami i podłącz końcówkę BNC do oscyloskopu, a krokodylki do zatrząsków w badanym układzie eksperymentalnym z rys. 2. Po podłączeniu, pociągnij za sznurek by rozkręcić magnes i zaobserwuj przebieg siły elektromotorycznej na oscyloskopie. Jeśli to konieczne, dobrać właściwe wzmocnienie i podstawę czasu. Spróbuj narysować przebieg w notatkach, najprościej wykorzystać aparat z telefonu komórkowego by złapać jego wygląd.

Zanotuj wzmocnienie i podstawę czasu! Będzie to potrzebne przy opracowywaniu wyników w domu. Powtórz pomiar przy innej szybkości obracania magnesu. Znów, narysuj krzywą i zanotuj wzmocnienie oraz podstawę czasu. Doświadczenie powtórz dla każdej pary zatrzasków układu pomiarowego, a dla zatrzasków cewki ze rdzeniem, wykonaj dodatkowo pomiary z i bez rdzenia.



Rys. 5. Przykładowy wykres siły elektromotorycznej w doświadczeniu.

Posiadając wyniki, można wykonać bardziej złożony pomiar, spróbować oszacować indukcyjności cewek w układzie. W tym celu musimy najpierw napisać równania elementów proponowanego obwodu pomiarowego (rys. 6.). Obwód składa się z generatora napięcia, opornika dekadowego i rezystancji generatora ($R_1 = \text{Dekada} + 600 \Omega$) oraz cewki L i jej rezystancji wewnętrznej R_2 .

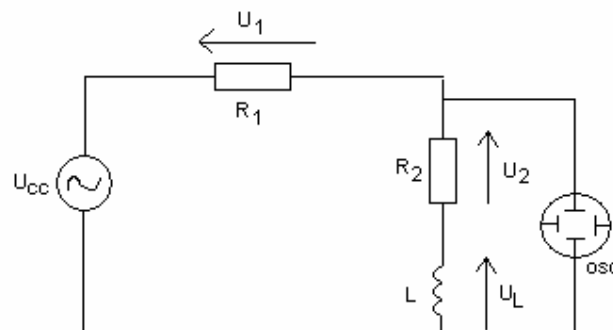


Fig. 11.6. The circuit for L measurement.

Każdy z tych elementów spełnia prawo Ohma, wiążące napięcie z prądem:

$$U_{R1} = iR_1$$

$$U_{R2} = iR_2$$

$$U_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$U_{R1} + U_{R2} + U_L = U_{CC}$$

Zwróć uwagę na U_L – jest to prawo Ohma dla cewki. Odzwierciedla regułę Lenza: cewka przeciwstawia się zmianom pola magnetycznego w jej wnętrzu. Ponieważ pole to jest generowane prądem i , oznacza to, że szybkie zmiany prądu napotyka dużą rezystancję, tzn. indukuje się wówczas duże napięcie, które przeciwstawia się napięciu z generatora, wymuszającemu przepływ prądu.

Łącząc te równania, uzyskujemy niejednorodne równanie różniczkowe liniowe dla prądu i . Równanie to można rozwiązywać na wiele sposobów, np. metodą zgadywania znaną z ćwiczeń z matematyki.

$$iR_1 + iR_2 - L \frac{di}{dt} = U_{CC}$$

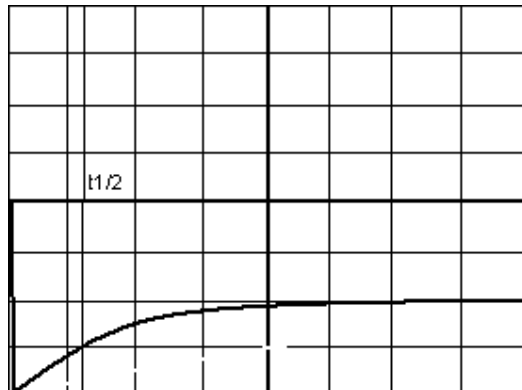
$$i = U_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$$

gdzie $R=R_1+R_2$. Prąd zmienia się tu eksponencjalnie i tak też zmieniać się będą wszystkie napięcia w obwodzie. Posiadając wyrażenie na prąd, można łatwo wyrazić wszystkie napięcia w obwodzie, podstawiając do wyżej napisanych relacji. Stąd, napięcie na cewce i jej oporności wewnętrznej R_2 (a więc to, co mierzymy oscyloskopem) możemy wyrazić jako:

$$U_L + U_{R2} = U_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) + U_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Równania te w analizie obwodów często wyprowadza się za pomocą reguły mnemotechnicznej: jeśli wiemy jakie są napięcia początkowe w obwodzie (przed załączeniem napięcia) i jakie są napięcia końcowe obwodu (dla $t \rightarrow \infty$ gdy cewkę możemy traktować jako zwarcie), to napięcia te musimy połączyć za pomocą eksponenty o stałej czasowej $\tau=L/R$, gdzie R jest sumą oporności obwodu.

Konkluzją z tych obliczeń jest to, że mierzone napięcie składa się z dwóch składowych: nieustalonej i stacjonarnej. Nieustalona zależy wykładniczo od czasu i wygasa ze stałą czasową $\tau=L/R$. Wiedząc o tym, możemy na generatorze ustawić falę prostokątną o częstotliwości np. 100Hz i podłączyć jeden biegun generatora do dekady oporników, a drugi biegun do jednego z zacisków badanej cewki. Następnie, drugi zacisk cewki podłączamy do wolnego zacisku dekady. To nasz układ pomiarowy. Trzeba jeszcze podłączyć oscyloskop. Podłączamy go, zaciskając krokodylki na zatraskach cewki. Uwaga! Oscyloskop i generator mają wspólną masę – trzeba pilnować aby przypadkiem nie zewrzeć cewki lub opornika! Jeśli dostajemy dziwne przebiegi, zamienić bieguny napięcia/oscyloskopu miejscami! Mierzone przebiegi powinny być podobne do rys. 7.



Rys.7. Przebieg obserwowany w pomiarach indukcyjności cewki.

Przebieg zaczyna się od piku amplitudy (wyskalowanego na 4 działki), który opada do dwóch działek i stabilizuje się na tym poziomie (aby tak się stało, trzeba odpowiednio dobrać wartość opornika dekadowego, który kontroluje wysokość napięcia stacjonarnego względem napięcia początkowego).

Zanotuj wartość ustawionej rezystancji R_1 (pamiętaj o dodaniu rezystancji wewnętrznej generatora). Z rozwiązania, które podano wyżej, można w takim przypadku (gdy napięcie spada o połowę) wywnioskować, że $R_1=R_2$. Stąd mamy wartość oporności wewnętrznej cewki. Następnie, z oscyloskopu odczytaj ile czasu potrzeba eksponentie by zredukować amplitudę o połowę (na rys. 7 – o jedną działkę). Znając ten czas, możemy znaleźć L z równania:

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-\frac{R}{L}t_{1/2}\right)$$

$$0.693 = \frac{R}{L}t_{1/2}$$

$$L = \frac{R}{0.693}t_{1/2}$$

3. Opracowanie wyników

Opracuj wyniki, wyjaśnij związki między zmierzonymi wartościami siły elektromotorycznej. Wyjaśnij kształt przebiegu tej siły.

Oblicz indukcję magnetyczną wewnątrz cewki bez rdzenia (6893 zwoje). Użyj dyskretnej postaci prawa Faraday'a, $\partial\phi/\partial t \equiv \Delta\Phi/\Delta t$ (wybierz w miarę liniową część narysowanego wykresu siły elektromotorycznej). Ponadto oblicz ilość zwojów wewnątrz cewki ze wzoru:

$$L = \frac{\mu_0\mu_r N^2 S}{l}$$

gdzie: N – ilość zwojów, S – pole przekroju poprzecznego cewki, l – długość cewki. Przenikalność względna magnetyczna powietrza równa jest 1.

4. Pytania

1. Wyprowadź równanie na ϵ .

2. Co to jest strumień?
3. Co to jest ferromagnetyk?
4. Co to jest prawo Ohma?
5. Jaki jest związek między potencjałem elektrycznym I polem elektrycznym?
6. Jak działa oscyloskop?
7. Jaki jest wzór na indukcyjność cewki?
8. Jak wygląda prawo Ohma dla cewki?

5. Literatura

1. Resnick R., Halliday D., Fizyka, Tom 2, PWN, Warszawa, 1989
2. Szydłowski H., Pracownia fizyczna, PWN, Warszawa, 1994
3. Young H.D., Freedman R.A., University Physics with Modern Physics, Addison-Wesley Publishing Company, 2000