

Jak policzyć macierz odwrotną?

Przemysław Borys

18 marca 2009

1 Proste rachunki

Zapiszmy truizm:

$$\frac{|A|}{|A|} = 1 \quad (1)$$

teraz, wyznacznik w liczniku rozwijamy w schemacie Laplace'a

$$\frac{\sum_i a_{ki} A_{ki}^D}{|A|} = 1 \quad (2)$$

Co się stanie, jeśli k w a_{ki} zmienimy na r ? wstawienie tam r różnego od k powoduje taki skutek, jakby kolumna k miała wartości kolumny r , a więc była jej kombinacją liniową! Wyznacznik takiego czegoś daje zero!

$$\frac{\sum_i a_{ri} A_{ki}^D}{|A|} = \delta_{rk} \quad (3)$$

Po prawej stronie pojawiła się nam wobec tego delta Kroneckera, która przyjmuje wartość 1 gdy $r = k$ i 0 w przeciwnym przypadku. Delta Kroneckera jest formą zapisu macierzy jednostkowej.

Dalej możemy przetworzyć licznik w taki sposób, aby wykorzystać w nim wzór na mnożenie macierzy. Transponujemy w tym celu macierz dopełnień:

$$\frac{\sum_i a_{ri} (A^D)_{ik}^T}{|A|} = \delta_{rk} \quad (4)$$

W liczniku mamy definicyjny wzór na iloczyn macierzy.

$$\frac{A(A^D)^T}{|A|} = \mathbf{1} \quad (5)$$

czynnik, przez który mnożym A daje nam macierz jednostkową, a więc jest... macierzą odwrotną.